Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и информатики

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

по дисциплине «Наименование дисциплины»

НАИМЕНОВАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Соболь Михаил Васильевич

Направление подготовки 090303 Прикладная информатика

«Разработка программного обеспечения в цифровой экономике»

Руководитель работы

к ф-м. н.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ И.Л. Лапатин

*подпись*

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2023 г.

Автор работы

студент группы № \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ М.В. Соболь

*подпись*

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2023 г.

Томск – 2023

**Оглавление**

[Цели и задачи 3](#_gjdgxs)

[Теоретическая часть 4](#_30j0zll)

[Практическая часть 6](#_1fob9te)

[Вывод 8](#_3znysh7)

# **Цели и задачи**

Цель: Нахождение собственных значений и собственных векторов матриц с помощью одного из методов вычислительной математики.

Задачи:

1. Найти характеристический многочлен, собственных чисел и собственных векторов
2. Проверка условия применимости алгоритма
3. Реализация алгоритм
4. Нахождение собственных векторов
5. Программная проверка правильности найденного решения
6. Исследование скорости сходимости в зависимости от заданной точности
7. Проверка работоспособности реализованного алгоритма на произвольной матрице
8. Проверка работоспособности реализованного алгоритма на произвольной матрице размерности выше 10

# **Теоретическая часть**

Известно, что преобразование S-1AS с невырожденной матрицей Ы не меняет характеристический полином.

Действительно,

Если подобрать матрицу S и преобразовать матрицу A к простому виду, можно сразу выписать её характеристический полином P(λ).

Метод Данилевского привдоит матрицу Ф к канонической форме Форбениуса (рисунок 1).

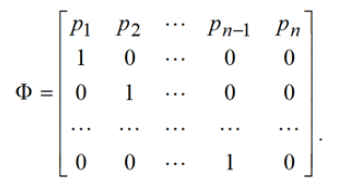


Рисунок 1. Форма Форбениуса

Разложим определитель по элементам первой строки (рисунок 2)

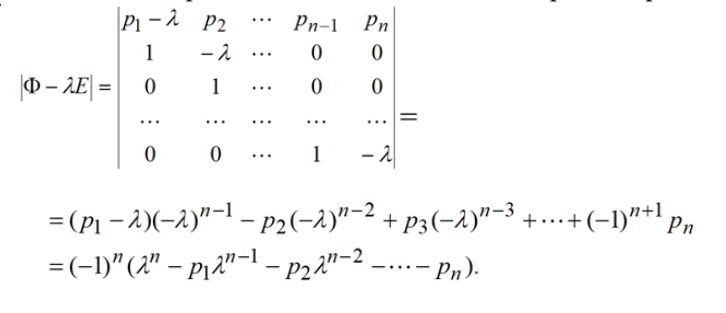


Рисунок 2. Разложение определителя

Приведем матрицу к канонической форме Фробениуса.

Рассмотрим матрицу А.

Пусть an,n-1 ≠ 0. Разделим на него (n-1)-й столбец матрицы А и вновь полученный столбец умножим на элемент an,i и вычтем этот столбец из столбца с номером i для всех

i = 1, 2, …, n-2, n.

В результате последняя строка будет иметь вид как в Форбениуса (рисунок 3)

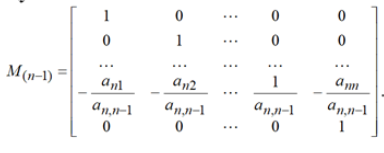


Рисунок 3. Матрица после преобразований

Но полученная матрица AM(n-1) не будет подобной A. Нужно её слева умножить на M-1(n-1) . Такая матрица существует так как .

Произведение M-1(n-1)AM(n-1) не меняет последней строки AM(n-1).

Второй этап аналогичен первому и состоит в приведении (n-1)-ой строки к виду:

0 0 … 1 0 0, при условии неизменности последней строки. (рисунок 4)

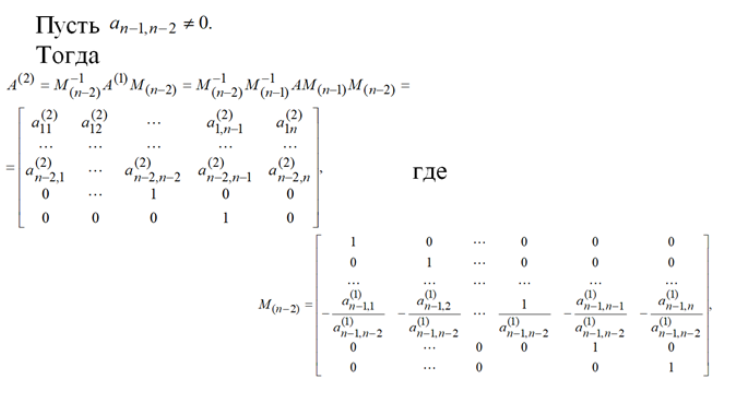


Рисунок 4.

После n-1 шага метода Данилевского будем иметь (рисунок 5).

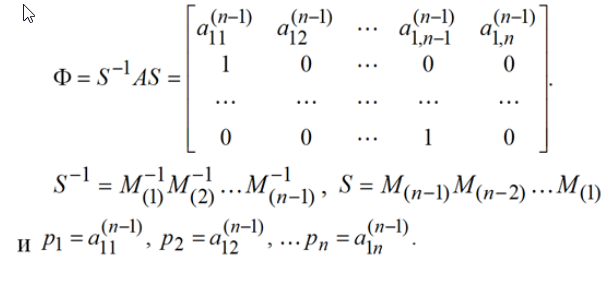


Рисунок 5.

По первой строке полученной матрицы Ф составляется собственный многочлен:

Вычисляем собственный вектор.

Пусть λ1 ,…, λn – собственные числа матрицы A.

y – собственный вектор матрицы Форбениуса:

Тогда собственный вектор матрицы A:

Система Фy = λiy имеет вид (рисунок 6):

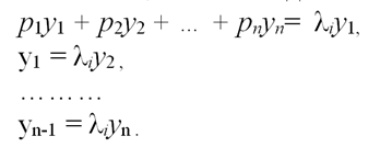


Рисунок 6.

Положив yn=1, получим

Собственный для матрицы A вектор

# **Практическая часть**

Выполнив задачу (1) с помощью программной среды Microsoft Visual Studio (рисунок 2)

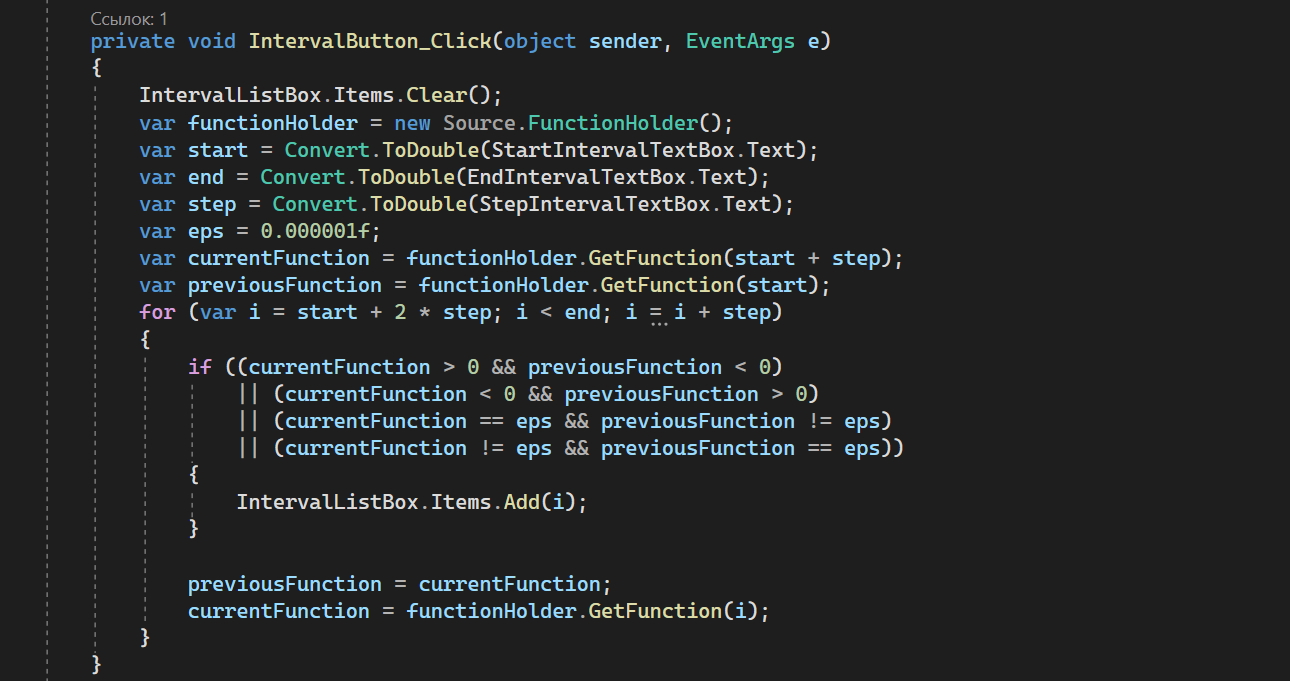
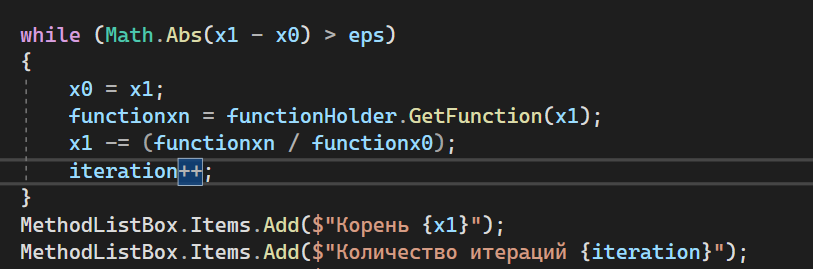


Рисунок 2. Нахождение интервалов содержащие корни изначального уравнения

В данном методе мы просматриваем промежуток [a, b], идя от точки a до точки b с шагом step, если после очередного шага наша функция меняет знак, то она пересекает ось абсцисс, и в промежутке этого шага лежит корень.

Условия сходимости метода Ньютона, обуславливаются тем что,, причём и отличны от нуля и сохраняют определенные знаки, то исходя из начального приближения удовлетворяющего неравенству .

Выполняя работу, также нужно знать скорости сходимости метода, его мы узнаем при помощи подсчета количества итераций (рисунок 3).

Рисунок 3. Нахождение количества итераций

Так же для сравнения методов вычислительной математики был выбран метод половинного деления, и подсчитано количество итераций для нахождения того же корня.

Сравнение значений при выполнении методом хорд и методом половинного деления приведены в таблице 1.

Таблица 1 Сравнительная таблица значений

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ε – точность решения | Количество итераций модифицированным методом Ньютона | Количество итерация метода половинного деления | Последнее приближение метода хорд |
| 0.01 | 3 | 1 | 1.1374879 |
| 0.001 | 4 | 2 | 1.1375054 |
| 0.0001 | 5 | 3 | 1.1375033 |
| 0.00001 | 6 | 4 | 1.1375035 |

Так же при работе с данными методами важно знать оценку точности решения в модифицированном методе Ньютона, которая вычисляется уравнению (2)

(2)

Где – это последнее приближение нашего корня, ξ – это наш истинный корень, – значение функции в точке последнего приближения, – минимум производной от функции на отрезке [a, b].

# **Вывод**

При выполнении данной лабораторной работы видно, что с увеличением точности растет количество итераций, при этом модифицированный метод Ньютона с использованием производной в точке приближения имеет большее количество итераций, чем метод Ньютона. Также с уменьшением точности решения мы видим уменьшение разницы между предыдущим и следующим .